



Name: _____

Beispielaufgaben Abiturprüfung 2024 und 2025

Mathematik, Grundkurs

Prüfungsteil A: Aufgaben ohne Hilfsmittel

Von diesen sechs Wahlpflichtaufgaben müssen zwei beliebige Aufgaben bearbeitet werden.

Wahlpflichtaufgabe 1

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{6} \cdot x^3 - 2 \cdot x^2 + \frac{28}{3}$, $x \in \mathbb{R}$.

a) Weisen Sie nach, dass der Graph der Funktion f an der Stelle $x = 0$ einen lokalen Hochpunkt hat.

b) Begründen Sie, dass die Tangente an den Graphen von f an der Stelle $x = 0$ durch den Punkt $P\left(\frac{4}{3} \mid \frac{28}{3}\right)$ verläuft.

c) Der Punkt $Q(4 \mid -12)$ liegt auf dem Graphen von f .

Zeigen Sie: Die Gerade durch die Punkte P und Q ist die Tangente an den Graphen von f im Punkt Q .

(2 + 1 + 2 Punkte)

Quelle: NRW Abitur 2023 GK NT A1, Teilaufgabe b)



Name: _____

Wahlpflichtaufgabe 2

Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = (2x - 1) \cdot e^{-2x}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Der Graph von f ist in *Abbildung 1* dargestellt.

Weiterhin ist die Funktion F mit

$$F(x) = (x - 1) \cdot e^{2x}, \quad x \in \mathbb{R}, \text{ gegeben.}$$

- Weisen Sie nach, dass F eine Stammfunktion der Funktion f ist.
- Der Graph der Funktion f schneidet die x -Achse an der Stelle $x = \frac{1}{2}$.

Berechnen Sie den Flächeninhalt der schraffierten Fläche in *Abbildung 1*.

(2 + 3 Punkte)

Quelle: NRW Abitur 2023 GK NT A1, Teilaufgabe c)

Wahlpflichtaufgabe 3

Gegeben sind die Punkte $A(5|0|a)$ und $B(2|4|5)$. Der Koordinatenursprung wird mit O bezeichnet.

- Bestimmen Sie denjenigen Wert von a , für den A und B den Abstand 5 haben.
- Ermitteln Sie denjenigen Wert von a , für den das Dreieck OAB im Punkt B rechtwinklig ist.

(3 + 2 Punkte)

Quelle: IQB 2021 GK A Analytische Geometrie/Lineare Algebra (A2) Aufgabe 2, Aufgabengruppe 1



Name: _____

Wahlpflichtaufgabe 4

- a) *Ermitteln Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems:*

$$\begin{cases} 4x + 2y - 3z = 8 \\ 2x \quad \quad - 3z = 2 \\ 6x + 2y - 5z = 10 \end{cases}$$

- b) *Geben Sie den Wert für a an, für den das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen besitzt.*

$$\begin{cases} 4x + 2y - 3z = 8 \\ 2x \quad \quad - 3z = 2 \\ 6x + 2y + a \cdot z = 10 \end{cases}$$

(4 + 1 Punkte)

Quelle: Neuentwicklung durch QUA-LiS NRW

Wahlpflichtaufgabe 5

In einer Region beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person Heuschnupfen hat, 15 %. Ein Allergietest ist bei einer Person, die Heuschnupfen hat, mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % positiv. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Test bei einer Person positiv ist, obwohl diese Person keinen Heuschnupfen hat, beträgt 2 %.

- a) Bei einer zufällig ausgewählten Person wird der Allergietest durchgeführt.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Person keinen Heuschnupfen hat und der Test positiv ist.

- b) *Deuten Sie den Term $\frac{0,15 \cdot 0,9}{0,15 \cdot 0,9 + 0,85 \cdot 0,02}$ im Sachzusammenhang.*

(2 + 3 Punkte)

Quelle: IQB 2021 GK A Stochastik Aufgabe 1, Aufgabengruppe 1



Name: _____

Wahlpflichtaufgabe 6

- a) Die binomialverteilte Zufallsgröße X_1 hat die Parameter $n_1 = 4$ und p_1 sowie den Erwartungswert 2.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X_1 = 4)$.

- b) Die binomialverteilte Zufallsgröße X_2 hat die Parameter n_2 und $p_2 = 0,2$.

Formulieren Sie dazu eine Aufgabenstellung, die sich mithilfe des Ansatzes $1 - 0,8^{n_2} < 0,3$ lösen lässt.

(2 + 3 Punkte)

Quelle: IQB 2020 GK A Stochastik Aufgabe 3, Aufgabengruppe 2

Hinweis:

Zeichengeräte sowie ein Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung sind zugelassen.

Unterlagen für die Lehrkraft

Beispielaufgabe Abiturprüfung 2024 und 2025

Mathematik, Grundkurs

Prüfungsteil A: Aufgaben ohne Hilfsmittel

1. Aufgabenart

Hilfsmittelfrei zu bearbeitende Aufgabe

2. Aufgabenstellung¹

siehe Prüfungsaufgabe

3. Materialgrundlage

- entfällt

4. Bezüge zu den Kernlehrplänen und den Vorgaben 2024 und 2025

Die Aufgaben weisen vielfältige Bezüge zu Kompetenzbereichen und Inhaltsfeldern des Kernlehrplans bzw. zu den in den Vorgaben ausgewiesenen Fokussierungen auf.

Im Folgenden wird auf Bezüge von zentraler Bedeutung hingewiesen:

1. Inhaltsfelder und inhaltliche Schwerpunkte

Funktionen und Analysis

- Funktionen als mathematische Modelle
- Fortführung der Differentialrechnung
- Grundverständnis des Integralbegriffs
- Integralrechnung

Analytische Geometrie und Lineare Algebra

- Lineare Gleichungssysteme
- Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte
- Lagebeziehungen
- Skalarprodukt

Stochastik

- Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- Binomialverteilung

2. Medien/Materialien

- entfällt

¹ Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

5. Hinweis

- Ein Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung ist zugelassen.

6. Modelllösungen

Die jeweilige Modelllösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Prüflinge muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Zeile „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung“).

Wahlpflichtaufgabe 1

a) $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^2 - 4 \cdot x$, $f''(x) = x - 4$.

Wegen $f'(0) = 0$ und $f''(0) = -4 < 0$ liegt an der Stelle $x = 0$ eine lokale Maximalstelle von f vor.

- b) Da $H\left(0 \mid \frac{28}{3}\right)$ ein Hochpunkt des Graphen von f ist, verläuft die Tangente im Hochpunkt waagrecht und daher offensichtlich durch den Punkt P .

- c) Die Gerade durch die Punkte P und Q hat die Steigung $\frac{\frac{28}{3} - (-12)}{\frac{4}{3} - 4} = \frac{\frac{64}{3}}{-\frac{8}{3}} = -8$. Da

$$f'(4) = \frac{1}{2} \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 = -8 \text{ gilt, ist sie die Tangente an den Graphen von } f \text{ im}$$

Punkt Q .

Wahlpflichtaufgabe 2

- a) Mit Produkt- und Kettenregel ergibt sich:
 $F'(x) = 1 \cdot e^{2x} + (x-1) \cdot 2 \cdot e^{2x} = (2 \cdot x - 1) \cdot e^{2x} = f(x)$, F ist daher eine Stammfunktion von f .

b) $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = \left[(x-1) \cdot e^{2x} \right]_0^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \cdot e^{\frac{1}{2}} - (0-1) \cdot e^0 = -\frac{1}{2} \cdot e + 1$.

Der Inhalt der schraffierten Fläche beträgt $\left(\frac{1}{2} \cdot e - 1 \right)$ FE.

Wahlpflichtaufgabe 3

$$\text{a) } |\overrightarrow{AB}| = \left| \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 5-a \end{pmatrix} \right| = \sqrt{25 + (5-a)^2} = 5 \Leftrightarrow a = 5$$

$$\text{b) } \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 5-a \end{pmatrix} = 35 - 5a = 0 \Leftrightarrow a = 7$$

Wahlpflichtaufgabe 4

$$\text{a) } \begin{array}{l} 4x + 2y - 3z = 8 \\ 2x \quad \quad - 3z = 2 \\ 6x + 2y - 5z = 10 \end{array}$$

$$\text{III} - \text{I}: \begin{array}{l} 4x + 2y - 3z = 8 \\ 2x \quad \quad - 3z = 2 \\ 2x \quad \quad - 2z = 2 \end{array}$$

$$\text{III} - \text{II}: \begin{array}{l} 4x + 2y - 3z = 8 \\ 2x \quad \quad - 3z = 2 \\ \quad \quad \quad 1z = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 0 \end{array}$$

$$\text{b) } a = -6$$

Wahlpflichtaufgabe 5

- a) $0,85 \cdot 0,02 = 0,017$.
- b) Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass eine zufällig ausgewählte Person, bei der der Test positiv ist, tatsächlich Heuschnupfen hat.

Wahlpflichtaufgabe 6

- a) Mit $n_1 \cdot p_1 = 2$ ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit $P(X_1 = 4) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$.
- b) Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens ein Treffer erzielt wird, ist kleiner als 0,3. Bestimmen Sie alle Werte, die für n_2 infrage kommen.

7. Teilleistungen – Kriterien / Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit

Name des Prüflings: _____ Kursbezeichnung: _____

Schule: _____

Der Prüfling hat die Wahlpflichtaufgaben Nr. ____ und Nr. ____ zur Bewertung ausgewählt.

Wahlpflichtaufgabe 1

Anforderungen		Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK ²	ZK	DK
1	a) weist nach, dass der Graph der Funktion f an der Stelle $x = 0$ einen lokalen Hochpunkt hat.	2			
2	b) begründet, dass die Tangente an den Graphen von f an der Stelle $x = 0$ durch den Punkt $P\left(\frac{4}{3} \mid \frac{28}{3}\right)$ verläuft.	1			
3	c) zeigt, dass die Gerade durch die Punkte P und Q die Tangente an den Graphen von f im Punkt Q ist.	2			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (5)					
Summe Wahlpflichtaufgabe 1		5			

Wahlpflichtaufgabe 2

Anforderungen		Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
1	a) weist nach, dass F eine Stammfunktion der Funktion f ist.	2			
2	b) berechnet den Flächeninhalt der schraffierten Fläche in <i>Abbildung 1</i> .	3			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (5)					
Summe Wahlpflichtaufgabe 2		5			

² EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Wahlpflichtaufgabe 3

Anforderungen		Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
1	a) bestimmt den Wert von a , für den A und B den Abstand 5 haben.	3			
2	b) ermittelt den Wert von a , für den das Dreieck OAB im Punkt B rechtwinklig ist.	2			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (5)					
Summe Wahlpflichtaufgabe 3		5			

Wahlpflichtaufgabe 4

Anforderungen		Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
1	a) ermittelt die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems.	4			
2	b) gibt den Wert für a an, für den das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen besitzt.	1			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (5)					
Summe Wahlpflichtaufgabe 4		5			

Wahlpflichtaufgabe 5

Anforderungen		Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
1	a) berechnet die Wahrscheinlichkeit.	2			
2	b) deutet den Term im Sachzusammenhang.	3			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (5)					
Summe Wahlpflichtaufgabe 5		5			

Wahlpflichtaufgabe 6

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
1	a) bestimmt die Wahrscheinlichkeit.	2			
2	b) formuliert eine Aufgabenstellung.	3			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (5)					
Summe Wahlpflichtaufgabe 6		5			

Summe der zu bewertenden zwei Wahlpflichtaufgaben	10			
--	-----------	--	--	--

Die Festlegung der Gesamtnote der Prüfungsleistung erfolgt auf dem Bewertungsbogen einer Aufgabe aus dem Prüfungsteil B.